通信理論Ｉ　理解度チェック

第１３回

（雑音解析：AM信号に及ぼす雑音の影響）

・雑音やデータ信号で代表される不規則信号$x(t)$ は，その性質上ある時刻における値を確定的に与えることはできない．したがってフーリエ変換を行うことができず，従来の方法で電力密度スペクトルを導くことができない．このような信号の性質は統計的性質として与えられ，特に，次式で与えられる自己相関関数$R_x(\tau)$ が重要である．

$$R_x(\tau) \equiv \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T}\int_{-T}^{T} x(t)x(t+\tau)dt \tag{12-1}$$

これは，信号$x(t)$ とそれを時間軸上でτ だけ進めた関数$x(t+\tau)$ がどれだけ似通っているか（相関があるか）を与えるものであり，$\tau=0$ でその最大値をとる偶関数である．また，一般に不規則信号では，信号$x(t)$ が時間的にゆっくり変化する場合には，$|\tau|$ の増加に伴い$R_x(\tau)$ はゆっくり減少し0に漸近していき，自己相関関数はτ 軸上で広がった関数となる．一方，信号$x(t)$ が時間的に速く変化する場合には，$|\tau|$ の増加に伴い$R_x(\tau)$ は急激に減少し，τ 軸上で狭いパルス状の関数となる．

・ある電力信号$x(t)$ の電力密度スペクトル$S_x(\omega)$ は自己相関関数$R_x(\tau)$ のフーリエ変換で与えられる．

$$R_x(\tau) \Leftrightarrow S_x(\omega) \tag{12-2}$$

・一般に，時間軸上で狭いパルスは周波数領域では広いスペクトルを持ち（高い周波数成分を持つ），逆に，時間軸上で広いパルスは周波数用域では狭いスペクトルを有する．これより，時間的に速く変化する信号とゆっくり変化する信号との自己相関関数の形状より，それぞれの電力密度スペクトル関数について考察せよ．

・自己相関関数の定義より$R_x(0)$ は信号$x(t)$ の電力を与える．

・自己相関関数がデルタ関数($R_n(\tau)=\frac{N_0}{2}\delta(\tau)$)となる不規則信号$n(t)$ を白色雑音という．この自己相関関数をフーリエ変換するとその電力密度スペクトルは$N(\omega)=\frac{N_0}{2}$ となる．すなわち，雑音電力の密度が周波数によらず一定である．

・DSB信号$f_{\mathrm{DSB}}(t)=A_c f_s(t)\cos\omega_c t$ に伝送路上で電力密度スペクトルが$N(\omega)=\frac{N_0}{2}$ で与えられる白色雑音$n(t)$ が加わったときのDSB復調器（同期検波回路）の入力端と出力端に於ける信号電力対雑音電力比がそれぞれ，次式で与えられることを確かめよ．ただし，変調信号の最大角周波数成分をω_s とし，伝送帯域幅B を$B=2\omega_s$ とする．

$$(S/N)_{\mathrm{in}} = \frac{\pi A_c^2 \overline{f_s^2(t)}}{N_0 B} \quad , \qquad (S/N)_{\mathrm{out}} = \frac{2\pi A_c^2 \overline{f_s^2(t)}}{N_0 B} \tag{12-3}$$

・復調器の出力端と入力端の$(S/N)_{\mathrm{out}}$ と$(S/N)_{\mathrm{in}}$ の比を復調器（検波器）利得という．上の例では２である．