「材料」, **53**-2, (2004-2), 印刷中

静水圧依存性高分子材料の塑性構成式に対する等方硬化理論の修正と移動硬化理論の適用

佐野村幸夫＊　早川邦夫＊＊

Modification of Isotropic Hardening Model and Application of Kinematic Hardening Model to Constitutive Equation for Plastic Behavior of Hydrostatic-Pressure-Dependent Polymers

by

Yukio SANOMURA＊ and Kunio HAYAKAWA＊＊

Hydrostatic pressure dependence of the mechanical behavior of polymers is studied by three constitutive modeling, in which the yield surface is described by the first and the second invariant of stress and the nonassociated flow rule satisfies the incompressible hypothesis. An internal variable theory of rate-independent plasticity is presented, which incorporates isotropic hardening and kinematic hardening. Both evolution equations of isotropic hardening variable and hydrostatic-pressure-dependent variable are formulated and the previous model is modified. The predicted results of the model are compared with the experimental ones of uniaxial tension and compression obtained by Spitzig and Richmond under high pressure. Another plasticity constitutive equation with isotropic hardening model is derived from assuming a different yield function which also expresses the hydrostatic pressure dependence. The predicted results of the model are compared with the experimental ones of torsion obtained by Silano et. al under high pressure. Finally, plasticity constitutive equation is formulated by the application of kinematic hardening theory to hydrostatic pressure dependence. The predicted results of the model are compared with the experimental ones of reversed torsion under high pressure and compression after tension obtained by Kitagawa et. al.

Key words: Plastic constitutive equation, Polymer, Hydrostatic pressure dependence, Nonassociated flow rule, Isotropic hardening, Kinematic hardening

1. 緒　言

熱可塑性高分子材料は，日用品だけでなく工業部品および構造材料として，広範囲に使用されている [1]．例えば，自動車のバンパーは，射出成形品であり，　耐衝撃用ポリプロピレンが採用されている．この部品は，耐熱性評価が行われており，有限要素法による熱変形解析が実施されている [2]．この解析では，クリープ曲線が引張りと圧縮で異なることを考慮している．しかし，弾塑性解析は通常の Mises 型の降伏条件と流れ法則を用いているに過ぎない．このように高分子材料に対する塑性理論の適用 [3)4)]は，必ずしも正確な近似とはならないが，しばしば計算に用いられている．

高分子材料は，常温においても時間依存性が著しい．このため，高温の金属材料に対して定式化された粘塑性理論が検討されている [5]．しかし，ひずみ速度がほぼ一定と見なせる高分子材料の設計においては，第 1 次近似として時間依存性を無視することができる．したがって，古典的な塑性構成式が適用できる．前報 [6]では，静水圧依存性のある降伏曲面と非連合流れ法則を仮定した塑性構成式モデルを提案した．まず，降伏曲面を応力の第 1 不変量と偏差応力の第 2 不変量で記述し，塑性変形の非圧縮性を満足するような塑性ポテンシャルで流れ法則を規定した．また等方硬化変数を相当塑性ひずみの関数として定義し，その具体的な形を単軸引張りの応力-塑性ひずみ曲線から求めた．さらに，単軸負荷における実験結果を記述するように，構成式の材料定数を決定し，多軸組合せ負荷における計算結果を示した．最後に，高圧力下における Spitzig と Richmond の実験結果 [7]ならびに Silano[8]らの実験結果と計算結果を比較した．しかし，特に PC において高圧力下での応力値を過大に見積もる傾向にあった．

このような非連合流れ則としては，Rudnicki と Rice が，岩石の膨張と内部摩擦を表現するために，定式化した構成式がある [9]．また，Nemat-Nasser らは，金属材料の塑性流れに及ぼす微視的空隙，微視的すべりおよび静水圧の影響を議論した [10]．これらの理論では，静水圧下で引張り塑性変形をさせて，その体積変化を測定する必要がある．前報で定式化した理論は，このような測定をしなくてもよく，引張りと圧縮だけで材料定数が，決定でき

＋　原稿受理　平成　　年　　月　　日 Received

*　正 会 員　玉川大学工学部機械工学科　〒194-8610 町田市玉川学園6-1-1,Dept. of Mech. Eng.,Tamagawa Univ.,Machida,Tokyo,194-8610

**　正 会 員　静岡大学工学部機械工学科　〒432-8561 浜松市城北3-5-1,Dept. of Mech. Eng, Shizuoka Univ.,Johoku,Hamamatsu,432-8561

ることに特徴がある．

本研究では，静水圧依存性塑性構成式の等方硬化理論を修正し，移動硬化理論を適用する．まず，等方硬化変数と静水圧の効果を記述する変数の発展式を与える．このとき，高密度ポリエチレン HDPE とポリカーボネート PC の高圧力下における Spitzig と Richmond の実験結果 [7] と計算結果を比較することによって，得られた構成式の妥当性を検討する．次に，静水圧依存性を表現する別の降伏関数を仮定し，同様に塑性構成式を導出する．このとき，高圧力下における Silano らの実験結果 [8]と対応する計算結果を比較することによって，２つの構成式を検討する．最後に，移動硬化理論に基づいて降伏曲面に静水圧依存性のある塑性構成式を導出する．このとき，POM における北川らの実験結果 [11)12)]と計算結果を比較することによって，構成式の限界を明らかにする．

２．塑性構成式モデル

本報では簡単のため微小変形を仮定し,時間依存性を無視した塑性構成式の定式化を行う．材料の全ひずみε_{ij}は，弾性ひずみε^e_{ij}と塑性ひずみε^p_{ij}の和として次のように便宜上表す.

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon^e_{ij} + \varepsilon^p_{ij} \tag{1}$$

材料の弾性変形は Hooke の法則に従うものとすれば

$$\varepsilon^e_{ij} = \frac{1+\nu}{E}\sigma_{ij} - \frac{\nu}{E}\sigma_{kk}\delta_{ij} \tag{2}$$

と書ける．ここで E と ν は，それぞれ縦弾性係数ならびにポアソン比を表す．なお高分子材料は，一般に E と ν の静水圧依存性がある [15].

2.1　等方硬化理論の修正

高分子材料の応力-ひずみ曲線では, 最初の最大値を降伏応力と呼び，その後くびれの発生による応力減少，くびれ伝播時の一定応力を経て，分子鎖の伸びきりに伴って応力が増加する．ここでは，降伏応力までの非弾性挙動を定式化する．

Fig.1 は，単軸引張りおよび単軸圧縮における応力-塑性ひずみ曲線の模式を示す．単軸引張りでは，初期降伏応力 k_0 から限界（降伏）応力 k^*まで応力が増加する．単軸圧縮では，同様な応力-塑性ひずみ曲線となるが，高分子材料の静水圧依存性のために大きな応力値を示す．ここで，初期降伏応力と降伏応力では静水圧依存性が異なる材料がある．

上述の挙動は，次のように定式化できる．Fig.2 のように，応力空間内で降伏面の外側に限界面を仮定する．この限界面は，移動も膨張もしない一定の曲面である．簡単のため，降伏曲面は膨張するだけで，移動しないと仮定する．すなわち，等方硬化モデルを仮定する．このとき，単軸引張りを記述する等方硬化変数 k と静水圧の影響を記述するβの発展式は，次のように表すことができる．

$$\dot{k} = C_k(k^* - k)\dot{\bar{\varepsilon}}^p \tag{3a}$$

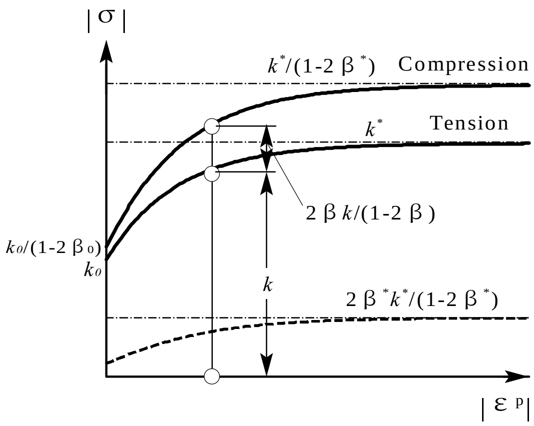

Fig.1 Schematic illustration of tension and compression.

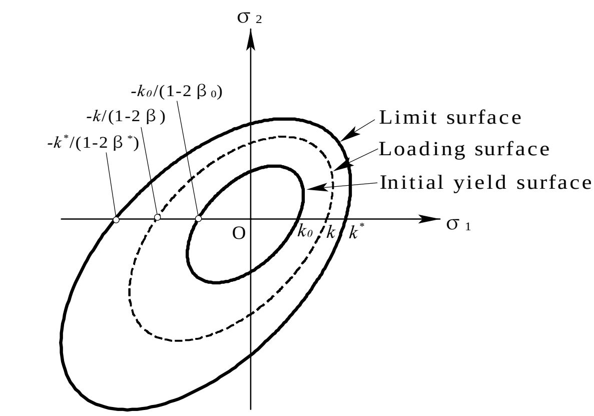

Fig.2 Schematic representation of the initial yield, loading, and limit surfaces.

$$\dot{\beta} = C_\beta(\beta^* - \beta)\dot{\bar{\varepsilon}}^p \tag{3b}$$

ここに C_k と C_β は，材料定数を表す．また k_0 とβ_0は，それぞれ k とβ の初期値とする．さらに

$$\dot{\bar{\varepsilon}}^p = \left(\frac{2}{3}\dot{\varepsilon}^p_{ij}\dot{\varepsilon}^p_{ij}\right)^{1/2} \tag{3c}$$

は，相当塑性ひずみ速度を表す.

静水圧依存性のある降伏曲面の一つとして，次のように仮定する．

$$\left.\begin{aligned} f_{iso-1} &= (1-\beta)\sqrt{3J_2} + \beta I_1 - k = 0 \\ J_2 &= \frac{1}{2}s_{ij}s_{ij}, \qquad I_1 = \sigma_{kk} \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

ここで，J_2 と I_1 はそれぞれ偏差応力の第 2 不変量と応力の第 1 不変量を表す．また k とβは, 相当塑性ひずみの関数である．同様に，限界曲面を次のように表す.

$$\left.\begin{aligned} f^*_{iso-1} &= (1-\beta^*)\sqrt{3J^*_2} + \beta^* I^*_1 - k^* = 0 \\ J^*_2 &= \frac{1}{2}s^*_{ij}s^*_{ij}, \qquad I^*_1 = \sigma^*_{kk} \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

文献(7)によれば，高分子材料の高圧下での塑性変形後の体積変化は，著しく小さいことが報告されている．ま

「材料」, **53**-2, (2004-2), 印刷中

た，文献（14）では，圧縮における体積変化が調べられ，塑性的体積変化量は，与えた圧縮ひずみ量に比べてかなり小さいことが報告されている．したがって，第１次近似的には，体積変化が無いと仮定することができる．そこで塑性ポテンシャルは次のように仮定する．

$$g_{iso-1}=\sqrt{3J_2} \tag{6}$$

したがって，非連合流れ則を用いれば，塑性ひずみ速度は

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{p}=\lambda_{iso-1}\frac{\partial g_{iso-1}}{\partial\sigma_{ij}} \tag{7}$$

のように書ける．ここで，λ_{iso-1}は応力および負荷履歴に依存する正値のスカラー関数である．それは，Prager の適応の条件を用いて求めることができる．したがって

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{p}=\frac{3}{2}\frac{\left[\frac{3}{2}(1-\beta)\frac{s_{kl}}{\sqrt{3J_2}}+\beta\delta_{kl}\right]\dot{\sigma}_{kl}}{C_\beta(\beta^*-\beta)(\sqrt{3J_2}-I_1)+C_{k_t}(k^*-k)}\frac{s_{ij}}{\sqrt{3J_2}} \tag{8}$$

2.2 別の降伏関数を仮定した塑性構成式

静水圧依存性を表現するもう一つの降伏曲面は，次のように書ける[15]．

$$f_{iso-2}=3J_2+(k_c-k_t)I_1-k_ck_t=0 \tag{9}$$

ここで k_t と k_c は，それぞれ引張りと圧縮における降伏応力を表し，相当塑性ひずみの関数であるとする．Fig.3 は式(4)と式(9)の２つの降伏曲面の比較を示す．図中の実線と破線は，それぞれf_{iso-1}= 0 ならびf_{iso-2}= 0 にの曲線を表す．静水圧の効果を表現するβの値が大きいほど，等２軸引張りや等２軸圧縮での降伏応力の値の差が大きくなることがわかる．

同様に，限界曲面と塑性ポテンシャルは次のように仮定する．

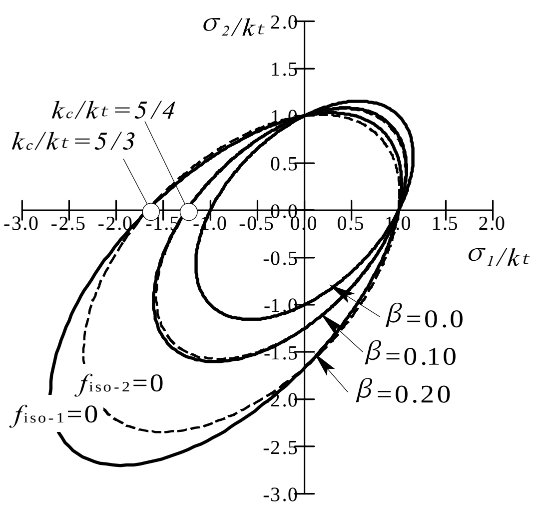

Fig.3　Comparison of two yield surfaces

$$f_{iso-2}^*=3J_2^*+(k_c^*-k_t^*)I_1^*-k_c^*k_t^*=0 \tag{10}$$

$$g_{iso-2}=3J_2 \tag{11}$$

このとき，非連合流れ則

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{p}=\lambda_{iso-2}\frac{\partial g_{iso-2}}{\partial\sigma_{ij}} \tag{12}$$

と Prager の適応の条件を用いてλ_{iso-2}を求めれば，次式を得る．

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{p}=\frac{3}{2}\frac{\left[3s_{kl}+(k_c-k_t)\delta_{kl}\right]\dot{\sigma}_{kl}}{C_{k_c}(k_c^*-k_c)(k_t-I_1)+C_{k_t}(k_t^*-k_t)(k_c+I_1)}\frac{s_{ij}}{\sqrt{3J_2}} \tag{13a}$$

$$\dot{k}_t=C_{k_t}(k_t^*-k_t)\dot{\bar{\varepsilon}}^{p} \tag{13b}$$

$$\dot{k}_c=C_{k_c}(k_c^*-k_c)\dot{\bar{\varepsilon}}^{p} \tag{13c}$$

ここに C_{kt} と C_{kc} は，材料定数を表す．また k_{t0} と k_{c0} は，それぞれ k_t と k_c の初期値とする．

2.3 移動硬化塑性構成式

移動硬化理論における降伏曲面は，硬化によってその大きさを変えないが，その位置の移動を生じると仮定する．このとき，移動硬化変数をα_{ij}とすれば，降伏曲面と限界曲面は次のように書ける．

$$f_{kine}=(1-\beta_{kine})\sqrt{\frac{3}{2}(s_{ij}-\alpha_{ij})(s_{ij}-\alpha_{ij})}+\beta_{kine}\sigma_{qq}-k_0=0 \tag{14a}$$

$$f_{kine}^*=(1-\beta_{kine})\sqrt{\frac{3}{2}s_{ij}^*s_{ij}^*}+\beta_{kine}\sigma_{qq}-k^*=0 \tag{14b}$$

次に塑性ポテンシャルと限界塑性ポテンシャルを次のように仮定する．

$$g_{kine}=\sqrt{\frac{3}{2}(s_{ij}-\boldsymbol{\alpha}_{ij})(s_{ij}-\boldsymbol{\alpha}_{ij})} \tag{15a}$$

$$g_{kine}^*=\sqrt{\frac{3}{2}s_{ij}^*s_{ij}^*} \tag{15b}$$

ここで s_{ij}*と k*は，それぞれ限界塑性ポテンシャル上の偏差応力と限界塑性ポテンシャルの大きさを表す．

移動硬化変数の発展式を Krieg[16]と同様に次式で規定する．

$$\dot{\alpha}_{ij}=A(s_{ij}^*-s_{ij})\dot{\bar{\varepsilon}}^{p} \tag{16}$$

ここで A は，材料定数である．限界応力 s_{ij}*は

$$\frac{\partial g_{kine}^*}{\partial\sigma_{ij}^*}=m\frac{\partial g_{kine}}{\partial\sigma_{ij}} \tag{17}$$

を満足するように定めれば，次式を得る．

「材料」, **53**-2, (2004-2), 印刷中

$$s^*_{ij} - s_{ij} = \frac{k^* - k_0 - \beta_{kine}(\sigma^*_{qq} - \sigma_{qq})}{k_0 - \beta_{kine}\sigma_{qq}}(s_{ij} - \alpha_{ij}) - \alpha_{ij} \tag{18}$$

さて，式(7)と同様に

$$\dot{\varepsilon}^p_{ij} = \lambda_{kine}\frac{\partial g_{kine}}{\partial \sigma_{ij}} \tag{19}$$

とすれば

$$\dot{\varepsilon}^p_{ij} = \frac{3}{2}\dot{\bar{\varepsilon}}^p \frac{s_{ij} - \alpha_{ij}}{\dfrac{k_0 - \beta_{kine}\sigma_{qq}}{1 - \beta_{kine}}} \tag{20}$$

を得る．したがって，式(16),(18),(20)から移動硬化変数の発展式は

$$\dot{\alpha}_{ij} = A\left[\frac{2}{3}\frac{k^* - k - \beta_{kine}(\sigma^*_{qq} - \sigma_{qq})}{1 - \beta_{kine}}\dot{\varepsilon}^p_{ij} - \alpha_{ij}\dot{\bar{\varepsilon}}^p\right] \tag{21}$$

となる．さらに，適応の条件を考慮すれば次式を得る．

$$\dot{\varepsilon}^p_{ij} = \frac{3}{2}\times \frac{\left[\dfrac{3}{2}(1-\beta_{kine})(s_{kl}-\alpha_{kl}) + \beta_{kine}\dfrac{k_0 - \beta_{kine}\sigma_{qq}}{1-\beta_{kine}}\delta_{kl}\right]\dot{\sigma}_{kl}}{A\left[\left\{k^* - k_0 - \beta_{kine}(\sigma^*_{qq} - \sigma_{qq})\right\}\dfrac{k_0 - \beta_{kine}\sigma_{qq}}{1-\beta_{kine}} - \dfrac{3}{2}(1-\beta_{kine})\alpha_{mn}(s_{mn}-\alpha_{mn})\right]} \times \frac{s_{ij} - \alpha_{ij}}{\dfrac{k_0 - \beta_{kine}\sigma_{kk}}{1-\beta_{kine}}} \tag{22}$$

また，降伏曲面と限界曲面の静水圧が等しいと仮定すれば次式を得る．

$$\dot{\varepsilon}^p_{ij} = \frac{\dfrac{3}{2}\left[\dfrac{3}{2}(1-\beta_{kine})(s_{kl}-\alpha_{kl}) + \beta_{kine}\dfrac{k_0 - \beta_{kine}\sigma_{qq}}{1-\beta_{kine}}\delta_{kl}\right]\dot{\sigma}_{kl}}{A\left[\left\{k^* - k_0 - \beta_{kine}\right\}\dfrac{k_0 - \beta_{kine}\sigma_{qq}}{1-\beta_{kine}} - \dfrac{3}{2}(1-\beta_{kine})\alpha_{mn}(s_{mn}-\alpha_{mn})\right]} \times \frac{s_{ij} - \alpha_{ij}}{\dfrac{k_0 - \beta_{kine}\sigma_{kk}}{1-\beta_{kine}}} \tag{23}$$

３．計算結果と実験結果の比較

3.1 高圧力下での単軸引張りと単軸圧縮

単軸引張りおよび単軸圧縮における応力をσ，塑性ひずみをε^p，静水圧をpとすれば

$$\left.\begin{aligned} &\sigma_{11} = \sigma - p, \sigma_{22} = \sigma_{33} = -p, \text{その他の}\sigma_{\rm ij} = 0 \\ &\varepsilon^p_{11} = \varepsilon^p, \varepsilon^p_{22} = \varepsilon^p_{33} = -\varepsilon^p/2, \text{その他の}\varepsilon^{\rm p}_{\rm ij} = 0 \end{aligned}\right\} \tag{24a}$$

であるから，式(8)は

$$\dot{\varepsilon}^{\rm p} = \begin{cases} \dfrac{\dot{\sigma}}{C_\beta(\beta^* - \beta)3p + C_k(k^* - k)} & \text{引張り} \\ \dfrac{(1-2\beta)\dot{\sigma}}{C_\beta(\beta^* - \beta)(3p - 2\sigma) + C_k(k^* - k)} & \text{圧縮} \end{cases} \tag{24b}$$

と書ける．

Fig.4 は，HDPE と PC における Spitzig と Richmond[16]

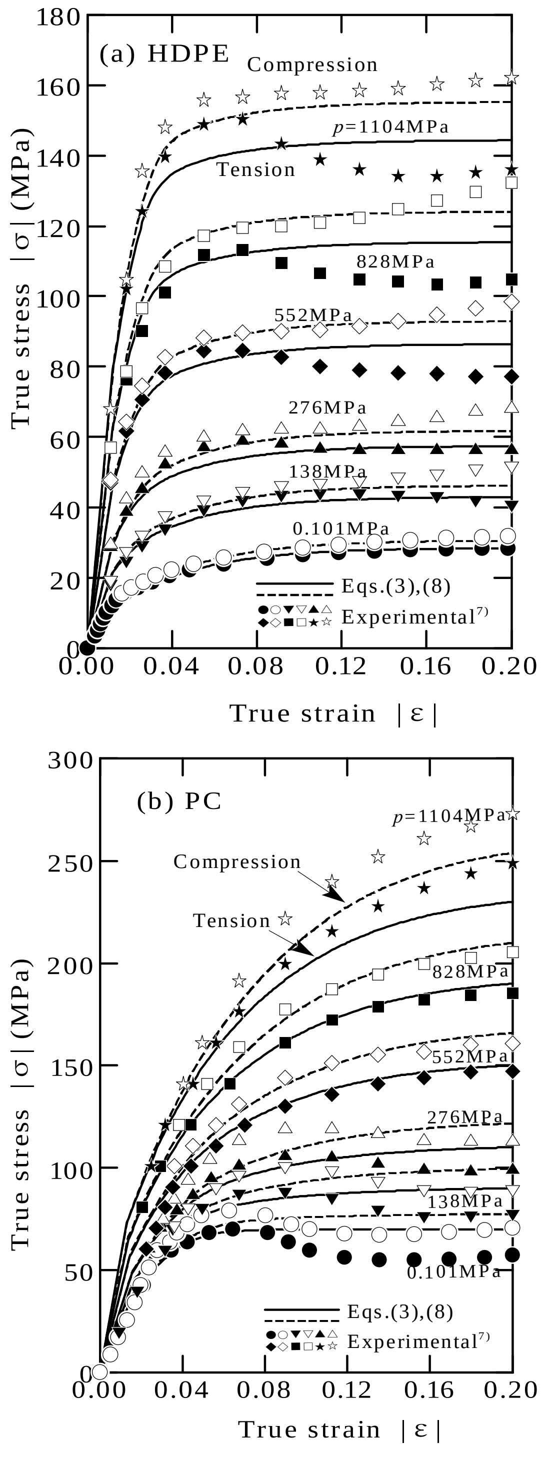

Fig.4 Tensile and compressive stress-strain curves at various hydrostatic pressure.

による種々の圧力下における引張りおよび圧縮挙動と等方硬化モデル式(3), (8)による計算結果を示す．図中の各記号，実線，破線は，それぞれ実験結果，引張り挙動の計算結果ならびに圧縮挙動の計算結果を示す．なお，計算には以下の材料定数を用いた． まず, 縦弾性係数の圧力依存性は，文献 7)の値を使用した．つづいて，引張り挙動を記述するように k_0, k^*, C_k を定めた．最後に β_0, β^*, C_β は，圧縮挙動を記述するように決定した．

$$\left.\begin{aligned} &E = 1140 + 5p\ \mathrm{MPa} \\ &k_0 = 13.0\mathrm{MPa},\ k^* = 28.5\mathrm{MPa},\ C_k = 30.0 \\ &\beta_0 = 0.020,\ \beta^* = 0.035,\ C_\beta = 200.0 \end{aligned}\right\}\ \text{(HDPE)} \qquad (24a)$$

$$\left.\begin{aligned} &E = 2350 + 3p\ \mathrm{MPa} \\ &k_0 = 40.0\mathrm{MPa},\ k^* = 69.8\mathrm{MPa},\ C_k = 100.0 \\ &\beta_0 = 0.01,\quad \beta^* = 0.05,\quad C_\beta = 20.0 \end{aligned}\right\}\ \text{(PC)} \qquad (24b)$$

本論文の弾性定数は，一定圧力下での値を実験式で示している．一般に，弾性定数の圧力依存性は，有限変形理論を用いて求められる [17]．しかし，この理論を高分子材料に適用した場合，予測値は実験結果に比べて著しく小さくなる [18]．

図のように，HDPE と PC いずれの材料においても実験結果は降伏後, くびれの生成とくびれの伝播が生じる．本モデルは降伏までの実験結果を精度よく記述することがわかる． 特に PC では，初期降伏応力と降伏応力の静水圧依存性が異なるとして定式化したモデルで前報 [6]に比較して精度良く表現できることがわかる．

3.2 高圧力下でのねじり

高圧力下におけるねじりの応力とひずみを計算する．せん断応力を τ，塑性せん断ひずみを γ^p，静水圧を p とすれば

$$\left.\begin{aligned} &\sigma_{12} = \sigma_{21} = \tau, \sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = -p, \text{その他の}\sigma_{ij} = 0 \\ &\varepsilon^p_{12} = \varepsilon^p_{21} = \gamma^p/2, \qquad\qquad \text{その他の}\varepsilon^p_{ij} = 0 \end{aligned}\right\} \qquad (26)$$

であるから，式(3),(8)は

$$\frac{\dot{\gamma}^p}{\sqrt{3}} = \frac{(1-\beta)\sqrt{3}\dot{\tau}}{C_\beta(\beta^*-\beta)(\sqrt{3}\tau+3p)+C_k(k^*-k)} \qquad (27a)$$

$$\dot{k} = C_k(k^*-k)\left|\dot{\gamma}^p/\sqrt{3}\right| \qquad (27b)$$

$$\dot{\beta} = C_\beta(\beta^*-\beta)\left|\dot{\gamma}^p/\sqrt{3}\right| \qquad (27c)$$

と書ける．同様に式(13)は次のようになる．

$$\frac{\dot{\gamma}^p}{\sqrt{3}} = \frac{2(\sqrt{3}\tau)(\sqrt{3}\dot{\tau})}{C_{k_c}(k_c^*-k_c)(k_t+3p)+C_{k_t}(k_t^*-k_t)(k_c-3p)} \qquad (28a)$$

$$\dot{k}_t = C_{k_t}(k_t^*-k_t)\left|\dot{\gamma}^p/\sqrt{3}\right| \qquad (28b)$$

$$\dot{k}_c = C_{k_c}(k_c^*-k_c)\left|\dot{\gamma}^p/\sqrt{3}\right| \qquad (28c)$$

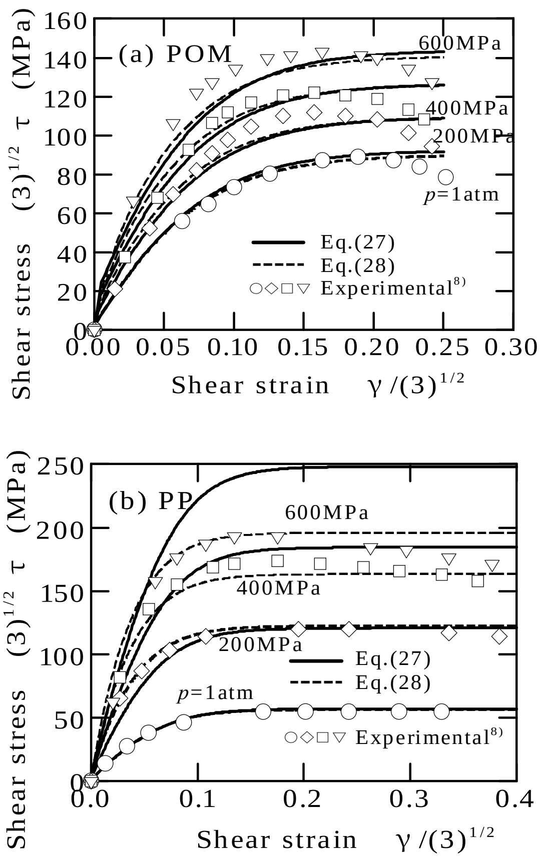

Fig.5 Shear stress-strain curves at various pressures.

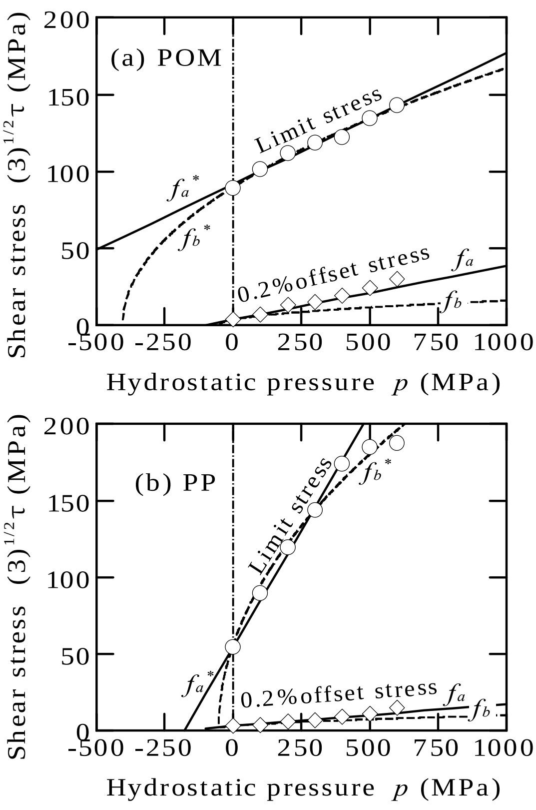

Fig.6 Limit stress and 0.2%offset stress as a function of hydrostatic pressure

「材料」, **53**-2, (2004-2), 印刷中

Fig.5 は，ポリアセタール POM とポリプロピレン PP における Silano ら [8]による種々の圧力下における薄肉円管のねじり試験結果と本モデルによる計算結果を示す．図中の各記号，実線，破線は，それぞれ実験結果，式(27)ならびに式(28)の計算結果を表す．なお，計算には以下の材料定数を用いた．

$$\left.\begin{aligned}
&G = 955 + p \text{ MPa}\\
&k_0 = 3.42\text{MPa},\ k^* = 89.0\text{MPa},\ C_k = 23.0\\
&\beta_0 = 0.0116,\ \beta^* = 0.0277,\quad C_\beta = 23.0\\
&k_{t0} = 3.36\text{MPa},\ k_t^* = 86.56\text{MPa}, C_{k_t} = 23.0\\
&k_{c0} = 3.50\text{MPa},\ k_c^* = 93.10\text{MPa}, C_{k_c} = 23.0
\end{aligned}\right\}\text{(POM)} \quad (29)$$

$$\left.\begin{aligned}
&G = 1000\sqrt{0.26 + 6.5\times 10^{-3} p} \text{ MPa}\\
&k_0 = 2.99\text{MPa},\ k^* = 49.32\text{MPa},\ C_k = 35.0\\
&\beta_0 = 0.00471,\ \beta^* = 0.0921,\quad C_\beta = 35.0\\
&k_{t0} = 2.99\text{MPa},\ k_t^* = 47.06\text{MPa}, C_{k_t} = 35.0\\
&k_{c0} = 3.02\text{MPa},\ k_c^* = 66.66\text{MPa}, C_{k_c} = 35.0
\end{aligned}\right\}\text{(PP)} \quad (30)$$

まず，縦弾性係数の圧力依存性は，文献 8)の値を使用した．次に，$k_0, k^*, \beta_0, \beta^*, k_{t0}, k_t, k_{c0}, k_c$ は，Fig.6 の限界応力と 0.2%耐力の圧力依存性から決定した．最後に，$C_k, C_\beta, C_{kt}, C_{kc}$ は，引張挙動を記述するように定めた．

図のように，実験結果は応力が最大値に達した後，ねじり座屈を生じる．いずれの降伏曲面を用いても等方硬化理論モデルはねじり座屈するまでの実験結果をよく記述することがわかる．ただし，Fig.5(b)と Fig.6(b)のようにポリプロピレンの場合には，$f_{iso\text{-}I}$= 0 を用いた式(27)では限界応力の予測値が高い静水圧が作用したときに過大になる．

3.3 移動硬化理論による計算結果と北川らの実験結果 [13)14)19)]との比較

ここでは, POM における北川らの実験結果と比較する．まず高圧力下におけるねじり試験結果を記述するように材料定数を決定する．つづいて，高圧力下でのねじり反転挙動および引張り・圧縮挙動における計算結果と実験結果を比較する．

3.3.1 高圧力下のねじりによる材料定数の決定

Fig.7 は，材料定数の当てはめた結果を示す．図中の各記号は，北川らの実験結果 [19)]である．また実線と破線は，それぞれ移動硬化理論ならびに等方硬化理論による計算結果を示す．計算には，以下の材料定数を用いた．

$$\left.\begin{aligned}
&G = 868 + 1.732p \text{ MPa}\\
&k_0 = 33.5\text{MPa}, k^* = 82.6\text{MPa}\\
&C_k = 70,\quad \beta_0 = \beta^* = 0.0574\\
&A = 70,\quad \beta_{kine} = 0.0574
\end{aligned}\right\} \quad (31)$$

文献(8)の式(30)と文献(19)の式(31)で材料定数が異なるのは，異なる力学的挙動を示す別の会社から製作された異なるグレードの材料のためである．図から移動硬化

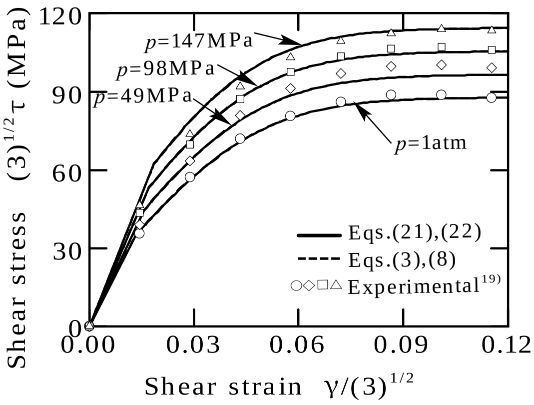

Fig.7 Identification of isotropic hardening model and kinematic hardening model with experimental results of shear stress-strain curves at various hydrostatic pressures.

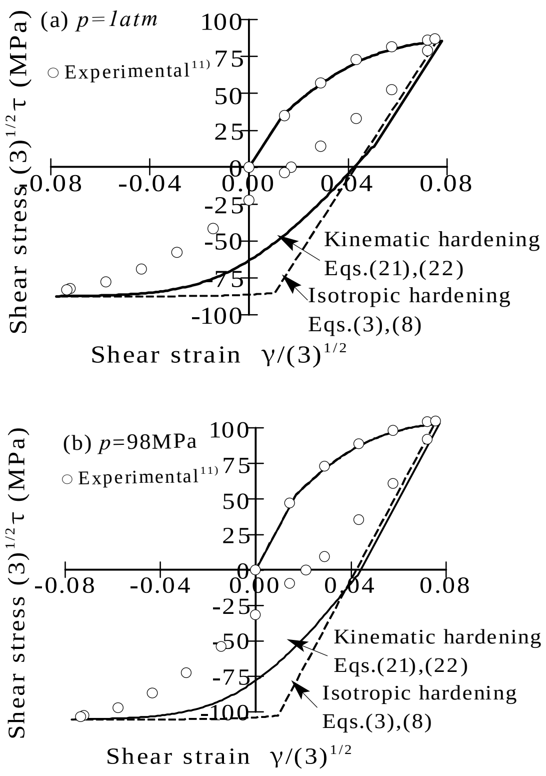

Fig.8 Shear stress-strain curves of reversed torsion.

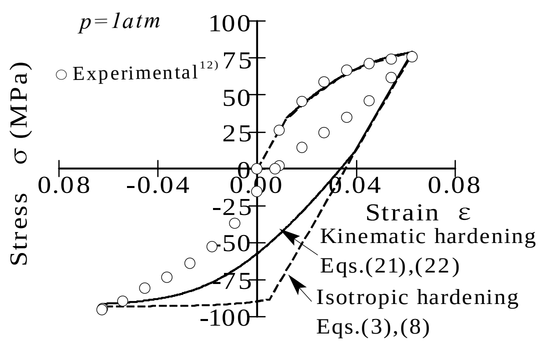

Fig.9 Stress-strain curves of compression after tension.

「材料」, **53**-2, (2004-2), 印刷中

理論ならびに等方硬化理論のいずれの計算結果も高圧力下の実験結果をほぼ記述することがわかる.

3.3.2 高圧力下でのねじり反転挙動

Fig.8 は,ねじり反転下でのせん断応力-せん断ひずみ挙動を示す. 同図(a)と(b)は, 大気圧力下ならびに p=98MPa における結果を表す. 図中の各記号は, 北川らの実験結果[19)]である. また実線と破線は, それぞれ移動硬化理論ならびに等方硬化理論による計算結果を示す.

図に見られるように, 等方硬化理論による計算結果は, 応力反転後の応力値を過大に見積もる. 一方移動硬化理論による計算結果は, 比較的実験結果に近い予測をする. しかし, 実験結果は応力反転後に著しい粘弾塑性的ひずみ回復挙動が見られる. ここで定式化した塑性構成式は, 時間非依存であるので, このような現象を記述できない.

3.3.3 引張り後の圧縮挙動

Fig.9 は単軸引張りの計算結果を示す. 図中の各記号は, 北川らの実験結果[12)]である. また実線と破線は, それぞれ移動硬化理論ならびに等方硬化理論による計算結果を示す. なお, E=2.9GPa とした. 図のように, 実験結果に見られる特徴はひずみ反転時において中央部付近で変曲点が存在することならびにねじり反転同様著しい粘弾塑性的ひずみ回復挙動が見られることである. これらの挙動は, 本モデルでは記述できないが, 引張りと圧縮における静水圧の影響をほぼ記述できることがわかる.

4. 結　論

静水圧依存性降伏曲面と非連合流れ則を用いて, 等方硬化モデルと移動硬化モデルを適用した高分子材料の塑性構成式を定式化した. 本モデルによる計算結果ならびに従来の実験結果との比較から以下の結論を得た.

(1) 等方硬化変数と静水圧の効果を記述する変数の発展式を与えて, 等方硬化理論を修正した. このモデルは, HDPE と PC の高圧力下における Spitzig と Richmond の降伏までの実験結果を精度良く記述することができた.

(2) 次に, 静水圧依存性を表現する別の降伏関数を仮定し, 同様に塑性構成式を導出した. このモデルは, 高圧力下における POM と PP の Silano らの実験結果と比較することによって, ねじり座屈するまでの挙動を精度良く表現できた. 従来の降伏関数では, PP の場合高圧力側で予測値が過大になることがわかった.

(3)最後に, 移動硬化理論を適用して, 塑性構成式を定式化した. このモデルは, POM における北川らの実験結果と比較したところ, 高圧力下のねじりにおけう材料定数を決定するだけで, 引張りと圧縮における静水圧の影響をほぼ記述することができた. しかし, ねじり反転および引張り後の圧縮に見られる粘弾塑性的ひずみ回復挙動を表現できなかった. また, 引張り後の圧縮に見られる中央部付近で変曲点が存在する現象を記述できなかった.

参　考　文　献

1) 大柳康, エンジニアリングプラスチック―その特性と成形加工―, 1, (1985), 森北出版.

2) 高原忠良, 杉本好央, 成形加工, **15**, 208, (2003).

3) J. G. Williams（国尾武, 清水真佐男, 隆雅久共訳）, 高分子固体の応力解析とその応用, 64, (1978), 培風館.

4) I. M. Ward, *Mechanical Properties of Solid Polymers*, 2nd edition, 329, (1983), John Wiley & Sons.

5) 佐野村幸夫, 塑性と加工, **44**, 570, (2003).

6) 佐野村幸夫, 材料, **50**, 968, (2001).

7) W.A.Spitzig and O.Richmond, *Polymer Engineering and Science*, **19**, 1129, (1979).

8) A.A.Silano, K.D.Pae and J.A.Sauer, *Journal of Applied Physics*, **48**, 4076, (1977).

9) J.W.Rudniski and J.R.Rice, *J. Mech. Phys. Solids*, **23**, 371, (1975).

10)S.Nemat-Nessar, M.M.Mehrabadi and T.Iwakuma, S.Nemat-Nessar 編, *Three-Dimensional Constitutive Relations*, 157, (1981), North-Holland Pub.

11)北川正義, 米山猛, 邱建輝, 西田憲一, 日本機械学会論文集, A-**57**, 216, (1991).

12)邱建輝, 北川正義, 日本機械学会論文集, A-**59**, 118, (1993).

13)増渕雄一, 滝本淳一, 小山清人, 成形加工, **11**, 102, (1999).

14)北川正義, 周徳信, 成形加工, **6**, 576, (1994).

15)J. G. Williams（国尾武, 清水真佐男, 隆雅久共訳）, 高分子固体の応力解析とその応用, 71, (1978), 培風館.

16)R. D. Krieg, *Trans.ASME,Journal of Applied Mechanics*, **42**, 641 , (1975).

17)F.Birch, *Journal of Applied Physics*, **9**, 279, (1938).

18)D.R.Mears, K.D.Pae and A.Sauer, *Journal of Applied Physics*, **40**, 4229, (1969).

19) 北川正義, 邱建輝, 西田憲一, 材料, **41**, 225, (1992).