

## 高分子材料の粘塑性構成式による 単軸繰り返し挙動のシミュレーション

秋田県立大学  
水野 衛

## 粘塑性構成式

- 全ひずみ

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^v$$

- 弾性ひずみ

$$\varepsilon_{ij}^e = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \sigma_{kk} \delta_{ij} \quad E: \text{縦弾性係数}$$

$$\nu: \text{ポアソン比}$$

- 粘塑性ひずみ速度

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^v = \Lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \quad g: \text{粘塑性ポテンシャル}$$

## Malinin-Khadjinskyの 移動硬化クリープ理論

- 粘塑性ポテンシャル

$$g = \frac{1}{2} \xi_{ij} \xi_{ij}$$

- 有効応力

$$\xi_{ij} = s_{ij} - a_{ij} \quad s_{ij}: \text{偏差応力}$$

$a_{ij}$ : 背応力  $\alpha_{ij}$  の偏差成分

- 粘塑性ひずみ速度

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^v = \Lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} = \Lambda \xi_{ij}$$

## 粘塑性ひずみ速度

- 相当有効応力

$$\bar{\xi} = \left( \frac{3}{2} \xi_{ij} \xi_{ij} \right)^{1/2}$$

- 相当粘塑性ひずみ速度

$$\bar{\varepsilon}^v = \left( \frac{2}{3} \dot{\varepsilon}_{ij}^v \dot{\varepsilon}_{ij}^v \right)^{1/2}$$

- 粘塑性ひずみ速度

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^v = \frac{3}{2} \frac{\bar{\varepsilon}^v}{\bar{\xi}} \xi_{ij}$$

- Sorderberg則

$$\bar{\varepsilon}^v = n \left\{ \exp \left( \frac{\bar{\xi}}{K} \right) - 1 \right\}$$

$n, K$ : 材料定数

## 背応力の発展式

$$\dot{\alpha}_{ij} = \dot{\alpha}_{ij}^{(1)} + \dot{\alpha}_{ij}^{(2)} \quad \alpha_{ij}^{(1)}: \text{線形項}$$

$$\alpha_{ij}^{(2)}: \text{非線形項}$$

- Prager則

$$\dot{\alpha}_{ij}^{(1)} = A \dot{\varepsilon}_{ij}^v \quad A: \text{材料定数}$$

- Armstrong-Frederickの非線形移動硬化則

$$\dot{\alpha}_{ij}^{(2)} = b(C \dot{\varepsilon}_{ij}^v - \alpha_{ij}^{(2)} \bar{\varepsilon}^v) \quad b, C: \text{材料定数}$$

## 負荷曲面の定義

- 負荷曲面

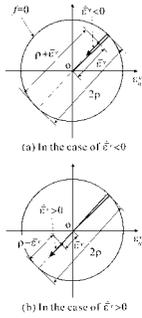
$$f = \frac{2}{3} \varepsilon_{ij}^v \varepsilon_{ij}^v - \rho^2 = 0$$

- 負荷曲面の発展, 負荷・除荷の判定

$$\dot{\rho} = \begin{cases} \dot{\varepsilon}^v & f = 0 \text{ and } n_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^v \geq 0 \quad \text{loading} \\ 0 & f < 0 \text{ or } n_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^v < 0 \quad \text{unloading} \end{cases}$$

$$n_{ij} = \frac{\partial f / \partial \varepsilon_{ij}^v}{\left[ \left( \partial f / \partial \varepsilon_{mn}^v \right) \left( \partial f / \partial \varepsilon_{mn}^v \right) \right]^{1/2}}$$

## パラメータ $\Psi$ の定義



- 定義  

$$\Psi = \frac{\rho - \dot{\epsilon}^v \operatorname{sgn}(\dot{\epsilon}^v)}{2\rho}$$
- 負荷時:  $\Psi = 0$
- 除荷時:  

$$\Psi = \frac{\rho + \dot{\epsilon}^v}{2\rho}$$

$$\Psi = \frac{\rho - \dot{\epsilon}^v}{2\rho}$$

## 背応力(非線形項)の発展式の修正

- AF model  

$$\alpha_{ij}^{(2)} = b(C_1 \dot{\epsilon}_{ij}^v - \alpha_{ij}^{(2)v} \dot{\epsilon}^v)$$
- Model 1 (過渡的回復項の導入)  

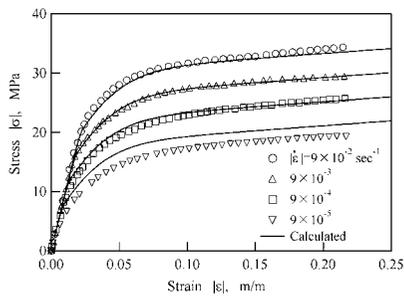
$$\alpha_{ij}^{(2)} = b(C_1 \dot{\epsilon}_{ij}^v - C_2 \Psi^m \dot{\epsilon}_{ij}^v - \alpha_{ij}^{(2)v} \dot{\epsilon}^v)$$

$C_1, C_2, m$ : 材料定数
- Model 2 (速度係数の変化)  

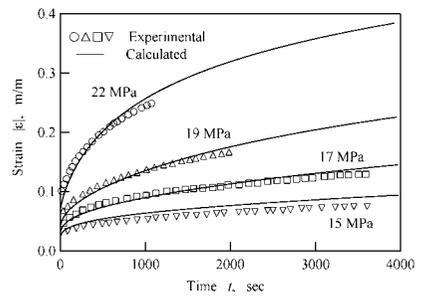
$$\alpha_{ij}^{(2)} = b(1 - \lambda \Psi)(C_1 \dot{\epsilon}_{ij}^v - \alpha_{ij}^{(2)v} \dot{\epsilon}^v)$$

$\lambda$ : 材料定数

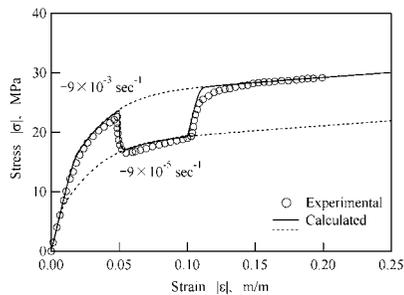
## ひずみ速度一定単調圧縮



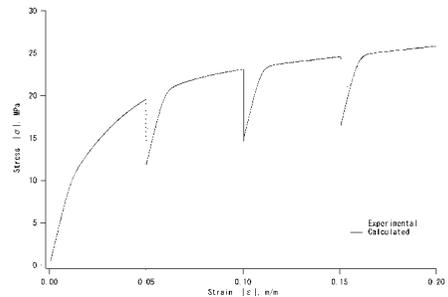
## 応力一定クリープ



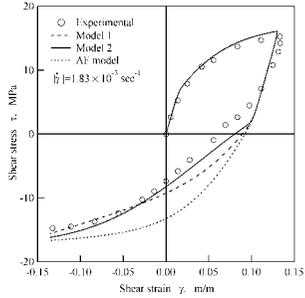
## 単軸圧縮におけるひずみ速度の急変



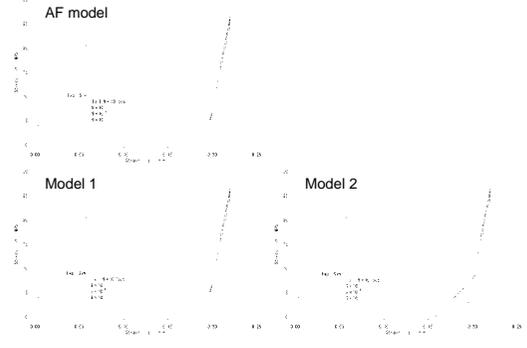
## 単調圧縮中のひずみ保持による応力緩和



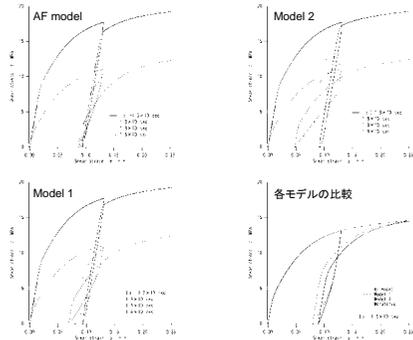
## せん断変形における応力反転



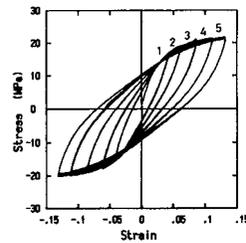
## 除荷時のひずみ速度依存性



## 負荷-除荷-再負荷挙動



## PEの繰返し試験結果

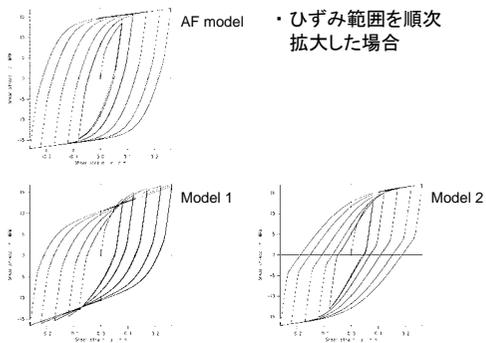


- 定ひずみ振幅繰返し試験
  - ✓ 負荷方向反転後に大きなひずみ回復
  - ✓ 繰返しによるヒステリシスループの変化は微小
- ひずみ振幅拡大試験
  - ✓ 各振幅での最大応力は最後のヒステリシスループ上
  - ✓ ヒステリシスループは負荷履歴の影響無し

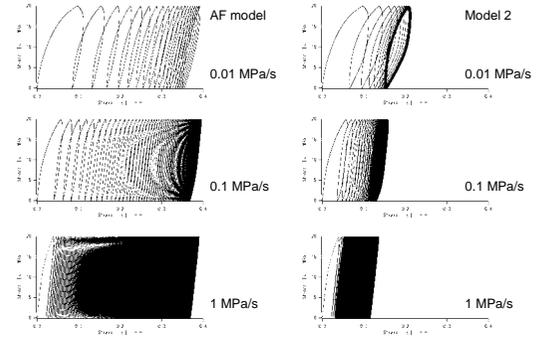
図 8 PE 材の繰返しひずみ振幅拡大時の応力-ひずみ曲線

[北川・米山・邱・西田, 機論A, 57-539(1991), pp.1680-1685]

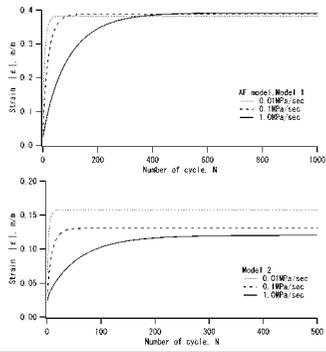
## 一定ひずみ範囲両振り繰返し



## 一定応力範囲片振り繰返し



## 繰り返しによるひずみの進展と停止



## まとめ

- Malinin-Khadjinskyの移動硬化クリープ理論と Armstrong-Frederickの非線形移動硬化則を組み合わせて粘塑性構成式を定式化
- 除荷時のひずみ回復を記述する目的から非線形移動硬化則を修正
  - ✓ 粘塑性ひずみ空間に負荷曲面を定義
  - ✓ 負荷曲面を用いたパラメーターの導入
- PEの実験結果, 単軸繰り返し挙動をシミュレーションし検討